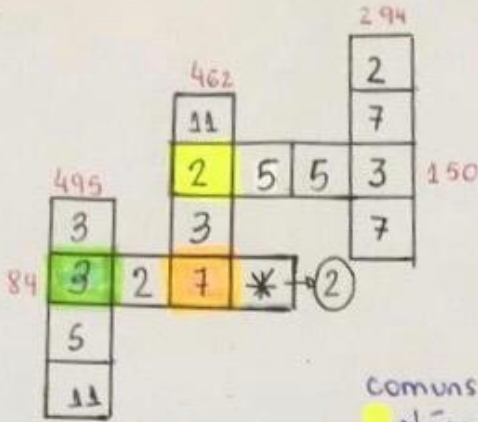


Olá, pessoal. Espero que estejam bem!

Como foram com as atividades? Espero que tenham feito, ou tentado fazer. As duas atividades foram tiradas da OBMEP 2019. São muito interessantes e cobradas em vestibulares e concursos, para a primeira tínhamos que lembrar o conceito de decomposição, fatoração, números primos e multiplicação. Para a segunda atividade, tínhamos que lembrar o conceito de análise combinatória, ambas tranquilas para resolver. Como eu sempre digo: Anotem todos os dados, leiam com calma e se esforcem ao máximo. Prestem atenção na correção e tirem as dúvidas, se houver!

OBMEP.



→ Anotando os dados do enunciado:

- Os valores colocados dentro dos quadrados, quando multiplicados são iguais aos valores em vermelho.
- Encontrar o valor de $*$
- Números primos → Decomposição

→ As casas marcadas são comuns para dois números. (Atenção)

- Número comum para 462 e 150.
- Número comum para 462 e 84.
- Número comum para 495 e 84.

Para resolver esse exercício é bem simples, basta decompor todos os valores em vermelho.

150

$$\begin{array}{r} 150 \\ 75 \\ 25 \\ 5 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$

462

$$\begin{array}{r} 462 \\ 231 \\ 77 \\ 11 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 11 \end{array}$$

84

$$\begin{array}{r} 84 \\ 42 \\ 21 \\ 7 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 7 \end{array}$$

495

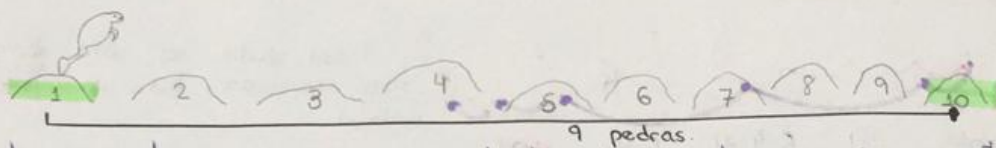
$$\begin{array}{r} 495 \\ 99 \\ 33 \\ 11 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 5 \\ 3 \\ 3 \\ 11 \end{array}$$

Como o 3 já está colocado e também sabemos que o único comum para esses dois valores (150, 462) é o 2, então:

Verificando todas as decomposições fica claro.

O valor do $*$, portanto, é 2.

OBMEP.: (16) Rã Zinza vai da pedra 1 até a pedra 10, em 5 pulos. Pulando de 1 pedra, 2 pedras ou 3 pedras.



Tendo em vista, que precisamos calcular de quantas maneiras a rã pode pular, vamos trabalhar **combinação**.

- Como a rã se encontra sobre a pedra nº 1, ela terá que pular **9 pedras** para chegar na 10ª pedra.
- Ela pode dar 5 pulos para fazer esse trajeto, então, ela pode:
 - 1 (ir de uma a outra);
 - 2 (pular por duas pedras);
 - 3 (pular por cima de três pedras);

E no final ter pulado pelas nove pedras, portanto, faremos combinações para finalizar o trajeto das 9 pedras, ou seja, quando somarmos os cinco pulos, combinados terá que resultar em **9**.

Exemplo: Se a rã der cinco pulos 1 (que vai de uma em uma), no final ela terá andado até a pedra 6.

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \rightarrow \text{A rã não chegou na pedra 10. X}$$

Vamos olhar outras combinações:

$$1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6 \text{ X} \quad \left. \begin{array}{l} 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6 \text{ X} \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 3 = 7 \text{ X} \end{array} \right\} \text{A rã não chegou na pedra 10.}$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 3 = 7 \text{ X}$$

$$1 + 1 + 1 + 3 + 3 = 9 \checkmark \quad \text{Essa combinação serve!}$$

$$1 + 1 + 2 + 2 + 3 = 9 \checkmark \quad \text{TODAS ESSAS SERVEM!!!}$$

$$1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9 \checkmark$$

Para todas as outras combinações, tirando os pulos 1, não dá possibilidade de somar 9, com cinco pulos.

Portanto, as únicas formas são:

$$\left. \begin{array}{l} 1 + 1 + 1 + 3 + 3 = 9 \\ 1 + 1 + 2 + 2 + 3 = 9 \\ 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9 \end{array} \right\} \checkmark$$

Permutando essas três formas:

i) $\boxed{1 \ 1 \ 1} \boxed{3 \ 3}$ repete 3 vezes repete 2 vezes

Essa pode ser uma forma, mas usa remos todas as formas, então:

$$P_5^{3,2} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

ii) $\boxed{1 \ 1} \boxed{2 \ 2 \ 3}$ repetem 2 vezes

$$P_5^{2,2} = \frac{5!}{2!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!2!} = \frac{60}{2} = 30$$

iii) $1 \boxed{2 \ 2 \ 2 \ 2}$ repete 4 vezes

$$P_5^4 = \frac{5!}{4!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

Portanto, basta somar todas as possíveis permutações:

$$10 + 30 + 5 = 45 \rightarrow \text{alternativa } \textcircled{45}$$

Instrutora Marcela.